

Formale Logik

Blatt 8

Abgabe: 20.12.2021, 14 Uhr

Gruppennummer angeben!

Das Blatt darf zu zweit bearbeitet und eingereicht werden.

Aufgabe 1 (6 Punkte).

In der Sprache $\mathcal{L} = \{P\}$ mit einem einstelligem Relationszeichen P betrachten wir eine Struktur \mathcal{M} mit Universum die Bewohner eines Hauses. Überdies interpretieren wir P in \mathcal{M} als diejenigen Bewohner, welche ein Haustier besitzen.

Repräsentiere die folgende Aussage als \mathcal{L} -Aussage.

Es gibt einen Bewohner des Hauses derart, dass alle Bewohner ein Haustier besitzen, wenn dieser eine Bewohner ein Haustier besitzt.

Gilt diese Aussage in der Struktur \mathcal{M} ?

Aufgabe 2 (6 Punkte).

Wir betrachten die Sprache $\mathcal{L} = \{R\}$ mit einem zweistelligen Relationszeichen R . Wenn wir das Relationszeichen R durch

$$R(a, b) \iff a \text{ kennt } b$$

interpretieren, gib jeweils eine \mathcal{L} -Struktur \mathcal{M} mit Universum die Individuen

Anton, Melissa, Sarah, Wilhelm

an, welche die folgende Aussage erfüllt.

$$\begin{array}{ll} \forall x \exists y R(x, y) & \exists x \exists y R(x, y) \\ \exists x \forall y R(x, y) & \forall x \forall y R(x, y) \end{array}$$

In welchen Fällen gibt es nur eine solche Struktur?

Aufgabe 3 (4 Punkte).

Repräsentiere die folgenden Aussagen jeweils in einer geeigneten Sprache als prädikatenlogische Formel.

- (a) Jeder kennt eine Person, welche alle kennt.
- (b) Alice mag alle, die eine Person mögen, welche Alice mag.
- (c) Sezer hat zwei Haustiere.
- (d) Susanne hat genau zwei Haustiere.

Aufgabe 4 (4 Punkte).

In einer beliebigen Sprache \mathcal{L} der Prädikatenlogik sei χ die Aussage $\exists x(x = x)$. Beachte, dass χ auch als Formel $\chi[Y]$ in der freien Variablen Y betrachtet werden kann.

Ist $\forall y \chi$ allgemeingültig? Und $\exists y \chi$?

ABGABE ZWISCHEN 14:00-14:20 UHR IN DER FACHBEREICHSBIBLIOTHEK PHILOSOPHIE IM KG I.
ALTERNATIV KÖNNEN SIE IHRE ABGABE ZU EINEM FRÜHEREN ZEITPUNKT IN DEN BRIEFKASTEN
IHRER ÜBUNGSGRUPPE IM KELLER DES MATHEMATISCHEN INSTITUTS LEGEN.

Dieses Blatt wird erst in der Woche vom 10. Januar besprochen werden.